Tracciatura del grafico di una funzione

Una funzione, di variabile reale a una variabile reale, è una espressione matematica nella quale vi è una variabile detta indipendente, generalmente indicata con x, per ogni valore della quale, l'espressione matematica consente il calcolo della variabile dipendente generalmente indicata con y.

esempi di funzione.:

$y = 0{,}025 + \dfrac{x^2}{30}$ $\qquad$ $y = 0{,}025 + 5x - 7x^2 + 10x^3$ $\qquad$ $y = 0{,}025 + \text{sen}\, x$

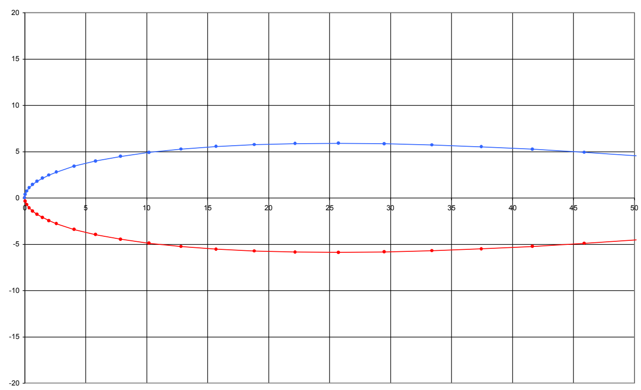
Nelle applicazioni tecniche, le funzioni, o le espressioni matematiche, legano fra di loro delle grandezze di interesse fisico. Per avere una visione di come sono legate le grandezze di un certo problema tecnico, si ricorre ad una loro rappresentazione grafica, il cosiddetto "grafico" o "diagramma" o "curva".

Esempi:
curva della portanza, grafico polare, diagramma di manovra, diagramma degli sforzi ecc.

Per tracciare il grafico di una funzione a mano occorre eseguire una serie di operazioni:

1) La prima cosa da fare è quella di individuare **un campo di escursione dei valori da assegnare alla variabile indipendente**, in inglese si chiama **"range",** cioè bisogna stabilire i valori minimo e massimo x_{min} ed x_{max} che può assumere la variabile indipendente**.** Ad esempio, se un fenomeno dura 10 secondi, è inutile assegnare un tempo superiore ai 10 secondi. Se sappiamo che l'incidenza di stallo di un'ala è 15° è inutile assegnare valori fino a 25°. Bisogna tenere in considerazione che le espressioni matematiche della tecnica spesso sono approssimate e sappiamo che oltre certi valori della variabile indipendente il calcolo non è più preciso o addirittura non ha più significato. Quindi, se il range non ci è dato ma lo dobbiamo scegliere noi dobbiamo tenere presente il campo di interesse della nostra variabile indipendente ed il campo di validità dell'espressione matematica della grandezza dipendente da calcolare.

2) La seconda cosa da fare è individuare il numero di punti che dovrà avere il grafico. Se conosciamo in anticipo la forma del grafico questo compito è semplice, ad esempio, se l'espressione matematica è lineare, cioè riconosciamo che è l'equazione di una retta, è inutile tracciare duecento punti, ne basteranno due, uno all'inizio del range, l'altro alla fine. Infatti sappiamo che per due punti passa una sola retta, quindi non ci si può sbagliare. Più il grafico è curvo, maggiore deve essere il numero di punti affinché il lavoro possa essere significativo. Non è detto poi che i valori della variabile indipendente debbano essere tutti equidistanti, sarà meglio mettere punti più vicini dove il grafico è più curvo. Ad esempio. quando si assegnano le coordinate per tracciare la curva di un profilo alare, i punti sono più fitti man mano che ci si



avvicina al bordo di entrata.
Se Decidiamo di assegnare valori equidistanti alla variabile indipendente, vorremmo sapere quali sono i valori intermedi:

Si calcola l'intervallo fra due valori consecutivi:

$$\Delta = \frac{x_{max} - x_{min}}{(\text{numero punti}) - 1}$$

Si avrà $x_1 = x_{min}$ $x_2 = x_1 + \Delta$, $x_3 = x_1 + 2\Delta$, $x_4 = x_1 + 3\Delta$ fino a raggiungere x_{max}
oppure: $x_1 = x_{min}$ $x_2 = x_1 + \Delta$, $x_3 = x_2 + \Delta$, $x_4 = x_3 + \Delta$ fino a raggiungere x_{max}

3) La terza cosa da fare è costruire una tabella a tre colonne, nella prima ci devono essere i numeri corrispondenti ai punti: punto1, punto2 ecc., nella seconda ci devono essere i valori assegnati per la variabile indipendente (le cosiddette ascisse), nella terza ci devono essere i valori della variabile dipendente (le cosiddette ordinate) calcolati con la funzione in corrispondenza dei valori indipendenti assegnati.

Chiariamo tutto con un esempio:

Tracciamo il grafico della funzione $y = 0{,}5 + \frac{x^2}{30}$

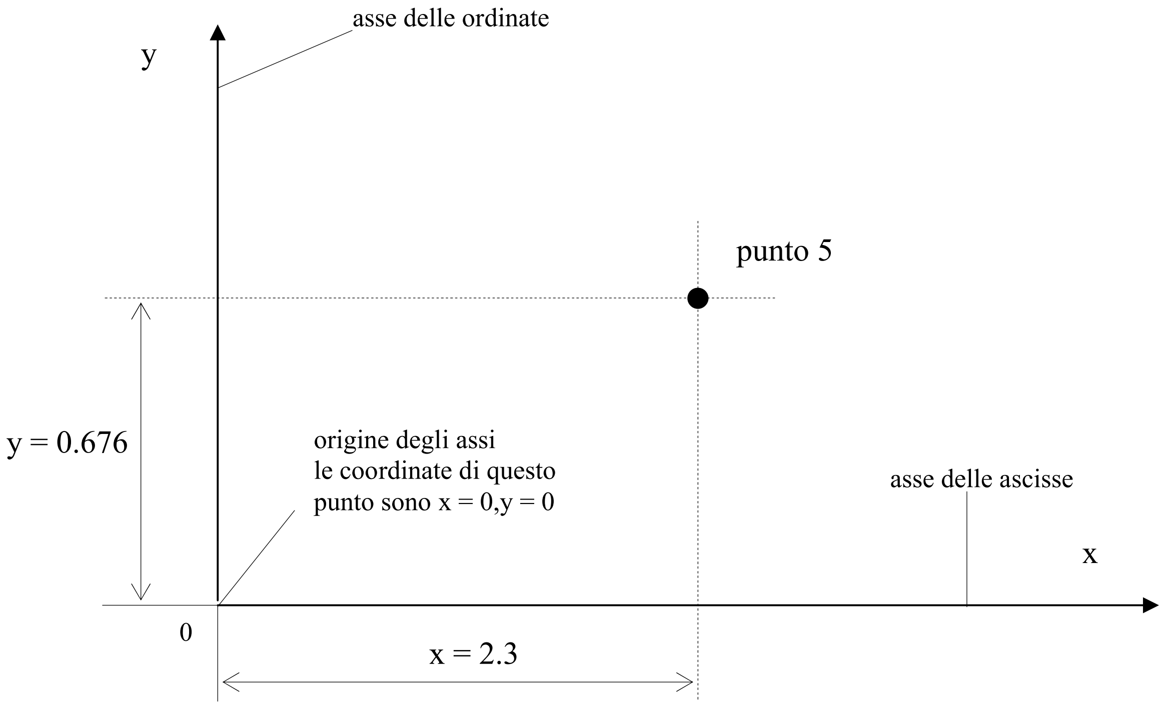
Quindi, fissiamo i valori x_{min} = -4 ed x_{max} = 10, fissiamo il numero di punti da tracciare n = 21, assumiamo che le ascisse siano equidistanti e quindi calcoliamo l'intervallo fra due valori consecutivi Δ. Riportiamo tutto su una tabella.

x_{min} =	-4
x_{max} =	10
n_{punti}=	21
$n_{intervalli}$=	20
Δ =	0.7

N	x	$y = 0.5+x^2/30$
1	-4	1.033
2	-3.3	0.863
3	-2.6	0.725
4	-1.9	0.620
5	-1.2	0.548
6	-0.5	0.508
7	0.2	0.501
8	0.9	0.527
9	1.6	0.585
10	2.3	0.676
11	3.0	0.800
12	3.7	0.956
13	4.4	1.145
14	5.1	1.367
15	5.8	1.621
16	6.5	1.908
17	7.2	2.228
18	7.9	2.580
19	8.6	2.965
20	9.3	3.383
21	10.0	3.833

4) Quarta ed ultima cosa da fare per tracciare il grafico è quella di stabilire la lunghezza che deve corrispondere ad ogni valore numerico riportato in tabella.

Il concetto di grafico è proprio quello di tracciare dei punti sul piano xy le cui distanze dagli assi (quindi lunghezze) corrispondono alle coordinate dei punti (cioè i numeri). Ad esempio, consideriamo il punto n = 10 che, come è riportato nella tabella, ha coordinate x = 2.3 ed y = 0.676. Queste due coordinate devono essere trasformate in lunghezze che vanno riportate sui rispettivi assi:

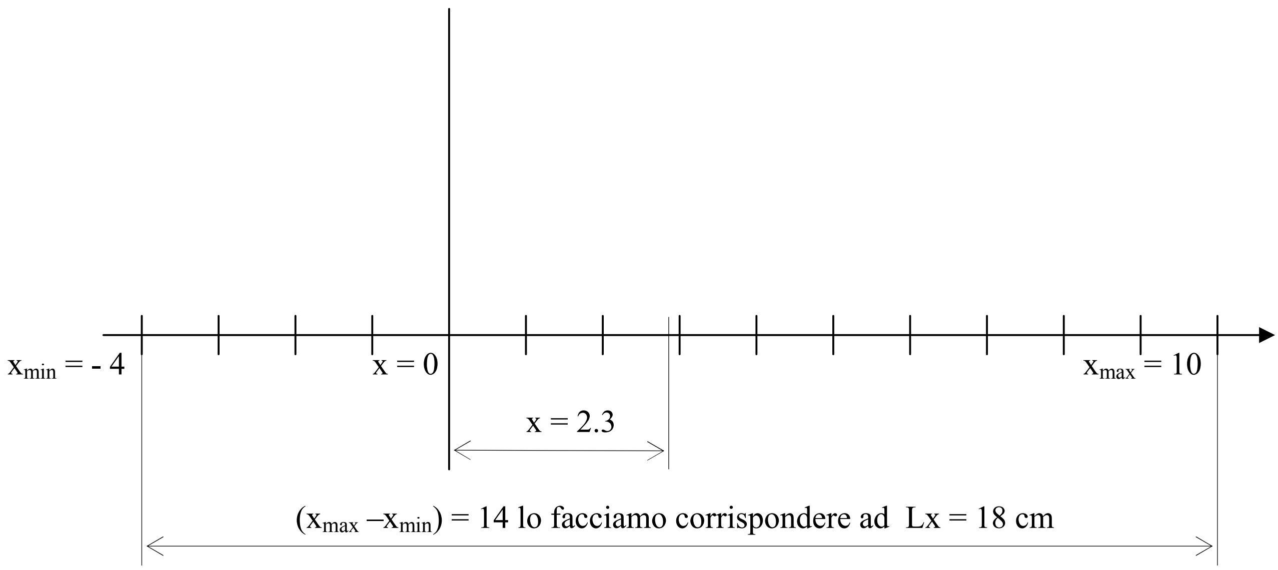


Poi, alle distanze dall'origine individuate dalle coordinate, vanno tracciate due rette ciascuna parallela ad un asse, sono quelle tratteggiate, l'intersezione di queste due rette (cioè dove si incrociano) fornisce il punto del grafico corrispondente alle coordinate assegnate. Unendo tutti i punti ottenuti in questo modo si ha una linea retta oppure curva che rappresenta il cosiddetto grafico.

In tutto questo dobbiamo stabilire un criterio per trasformare i valori numerici in lunghezze, o meglio, in distanze dall'origine.

Dobbiamo partire dallo spazio che abbiamo a disposizione sul foglio. Maggiore è questo spazio, più grande, più chiaro, più leggibile e più dettagliato sarà il grafico.
Indichiamo con Lx ed Ly rispettivamente larghezza ed altezza che vogliamo attribuire al grafico. Queste devono ovviamente essere compatibili con gli spazi orizzontale e verticale a disposizione sul foglio.
Indichiamo con "u", una unità di misura di lunghezza. Potrà essere il millimetro, il centimetro oppure il lato del quadratino di un foglio a quadretti.

Il nostro problema è sapere quante "n" unità di misura, dobbiamo riportare su un asse per rappresentare il valore numerico di una coordinata.
Ad esempio, quanti "n" centimetri dobbiamo prendere per rappresentare il valore x = 2.3 in modo che quando rappresentiamo il valore massimo x = 10 non finiamo fuori il foglio?
Per esprimerci in modo più formale: dobbiamo calcolare il numero "n" per cui moltiplicare l'unità di misura "u" per rappresentare una qualsiasi coordinata x della tabella prima compilata in modo che, in corrispondenza della x_{max} rientriamo nello spazio a disposizione Lx e da noi prefissato.



Per dare risposta alla questione posta, stabiliamo la seguente proporzione:

$$\frac{\text{"n" cm}}{x} = \frac{Lx}{(x_{max} - x_{min})}$$ da cui si ricava la relazione cercata $$\text{"n" cm} = x\frac{Lx}{(x_{max} - x_{min})}$$

Vediamo numericamente: al valore x = 2.3 corrispondono $\text{"n" cm} = 2.3\frac{18\text{ cm}}{14} = 2.95\text{ cm}$

Il fattore: $\frac{Lx}{(x_{max} - x_{min})}$ si chiama fattore di scala sull'asse x, analogamente,

il fattore: $\frac{Ly}{(y_{max} - y_{min})}$ si chiama fattore di scala sull'asse y e non e deve essere necessariamente uguale a quello sull'asse x

Ripetendo lo stesso ragionamento per l'asse y ed unendo tutti i punti otteniamo il grafico: