

## Vincoli

Le possibilità di movimento di un elemento strutturale nello spazio sono 6: 3 traslazioni e 3 rotazioni.

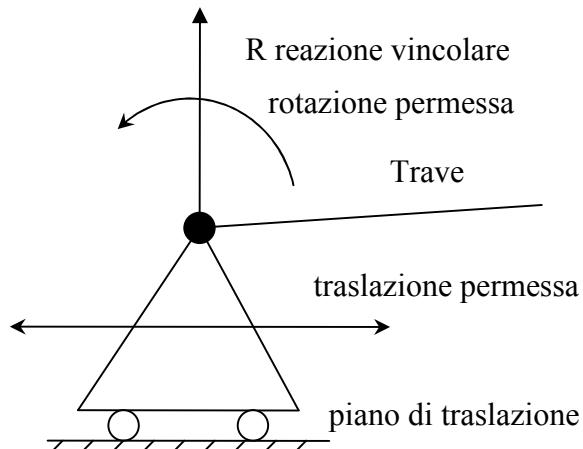
Le possibilità di movimento di un elemento strutturale nel piano sono 3: 2 traslazioni e 1 rotazione attorno all'asse normale al piano.

I vincoli sono degli oggetti che limitano le possibilità di movimento di un elemento strutturale.

Il linea col primo principio della dinamica, per impedire un movimento occorre una forza, in particolare è una forza di reazione a quella che l'elemento strutturale applica al vincolo quando tale elemento strutturale è sotto l'azione dei carichi esterni. La suddetta forza si chiama "**reazione vincolare**".

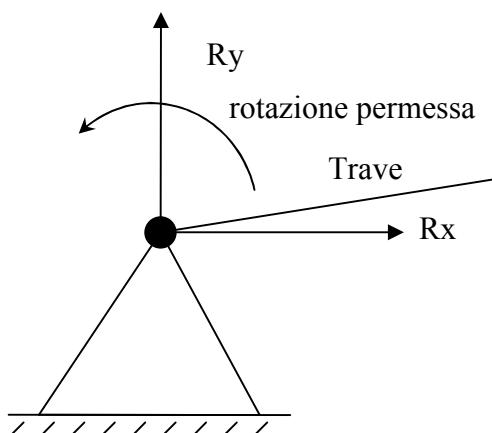
I vincoli nel piano sono di tre tipi:

### Carrello o appoggio semplice.



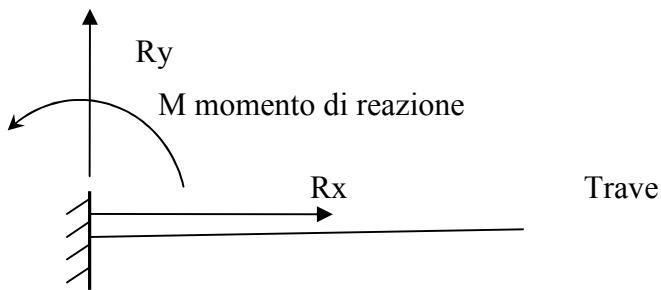
Blocca un solo movimento di una trave nel piano e quindi fornisce un'unica reazione vincolare la cui direzione è normale al piano di scorrimento. Consente una traslazione e la rotazione della trave

### Cerniera o vincolo doppio.



Blocca due movimenti di una trave nel piano e quindi fornisce due componenti di reazione vincolare Rx ed Ry. Consente la rotazione della trave.

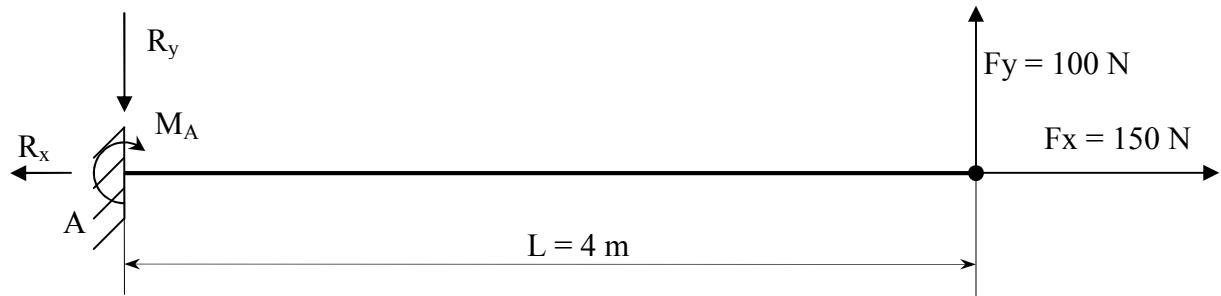
## Incastro o vincolo doppio.



Blocca tre movimenti di una trave nel piano e quindi fornisce due componenti di reazione vincolare Rx ed Ry ed un momento di reazione che impedisce la rotazione della trave.

## Calcolo delle reazioni vincolari

### Trave a sbalzo con carico concentrato



La prima operazione da effettuare è tracciare le reazioni incognite, le componenti di reazione si considerano applicate nel punto significativo del vincolo anche se per chiarezza dello schema può non sembrare. Il verso delle reazioni tracciate è assunto positivo, forze e reazioni con verso opposto dovranno avere segno negativo nelle equazioni.

Si impostano le equazioni di equilibrio alle due traslazioni: orizzontale e verticale:

Somma di forze parallele all'asse x uguale a zero. Come verso positivo delle forze da sommare conviene assumere quello della reazione  $R_x$  indicata sullo schema della trave in modo da avere la reazione incognita direttamente col segno positivo.

$$\sum F_x = 0 \leftarrow : R_x - F_x = 0; \quad R_x - 150 = 0; \quad R_x = 150 \text{ N}$$

Somma di forze parallele all'asse y uguale a zero. Per il verso positivo delle forze vale quanto detto per l'asse x.

$$\sum F_y = 0 \downarrow : R_y - F_y = 0; \quad R_y - 100 = 0; \quad R_y = 100 \text{ N}$$

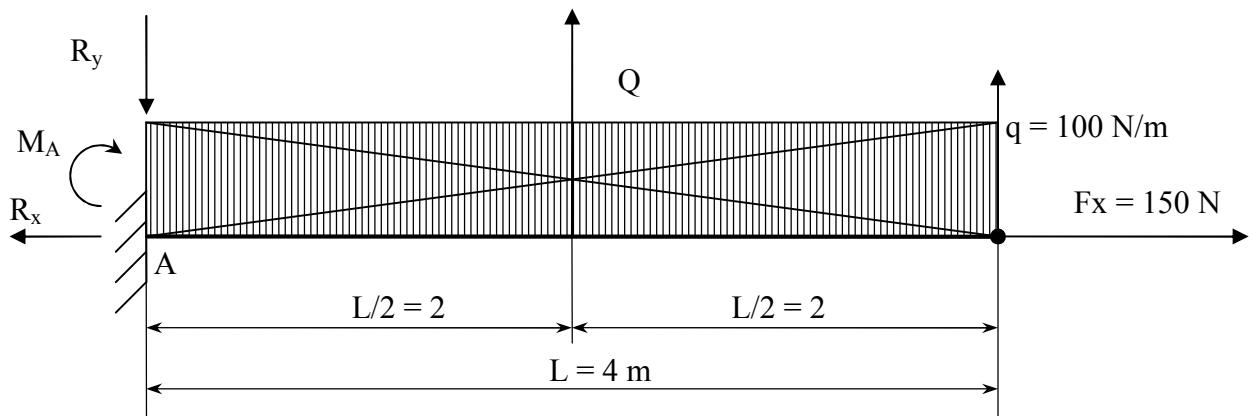
Si imposta l'equazione di equilibrio alla rotazione attorno al punto in cui la trave è vincolata dall'incastro.

Somma dei momenti di tutte le forze rispetto al punto A. Come verso positivo dei momenti da sommare si assume anche in questo caso quello del momento di reazione incognito  $M_A$ .

Per valutare i momenti delle varie forze applicate, conviene scrivere prima il modulo della forza, poi il valore della distanza da punto rispetto al quale si vuol calcolare il momento, infine si individua il segno valutando in quale verso la forza considerata farà ruotare la trave se questa fosse "inchiodata" nel punto considerato. Il segno sarà positivo se la rotazione è concorde col verso assunto per i momenti, sarà negativo se opposto.

$$\sum M_A = 0 \quad \curvearrowleft : \quad M_A - F_y \cdot L = 0; \quad M_A - 100 \cdot 4 = 0; \quad M_A = 400 \text{ Nm}$$

### Trave a sbalzo ( a mensola, incastrata in un estremo ) con carico uniformemente distribuito



Calcolo della risultante del carico distribuito

$$Q = q \cdot L = 100 \cdot 4 = 400 \text{ N}$$

Somma di forze parallele all'asse x uguale a zero.

$$\sum F_x = 0 \quad : R_x - F_x = 0; \quad R_x - 150 = 0; \quad R_x = 150 \text{ N}$$

Somma di forze parallele all'asse y uguale a zero.

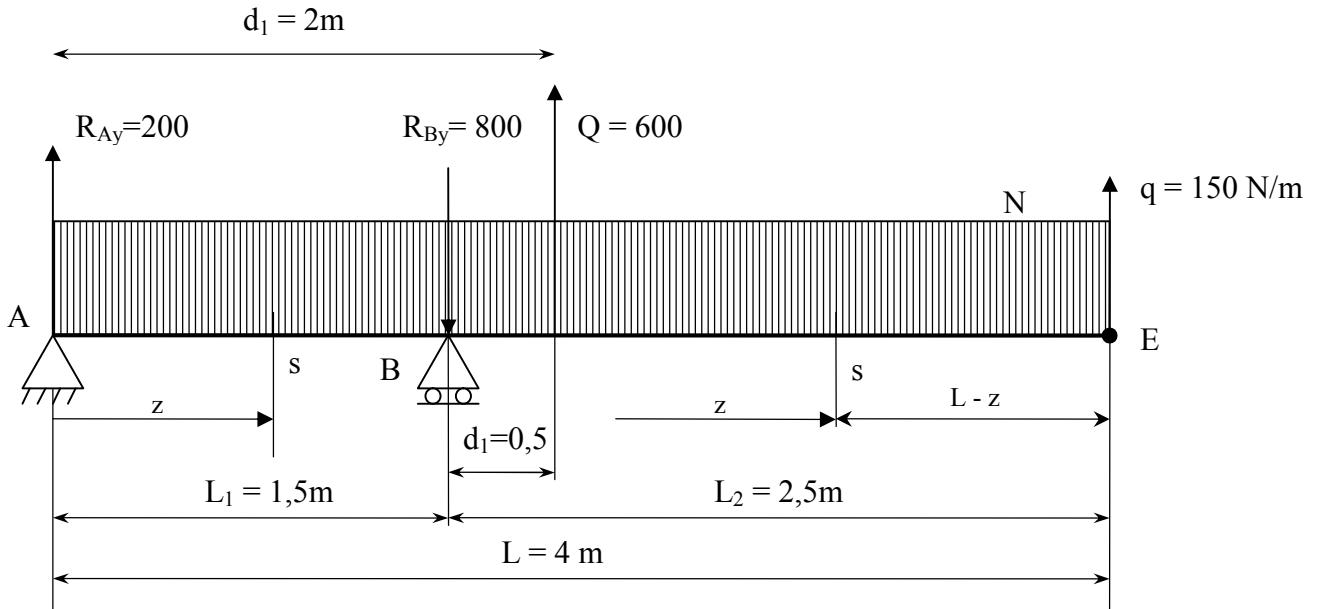
$$\sum F_y = 0 \quad : R_y - Q = 0; \quad R_y - 400 = 0; \quad R_y = 400 \text{ N}$$

Si imposta l'equazione di equilibrio alla rotazione attorno al punto in cui la trave è vincolata dall'incastro.

Somma dei momenti di tutte le forze rispetto al punto A

$$\sum M_A = 0 \quad : M_A - Q \cdot \frac{L}{2} = 0; \quad M_A - 400 \cdot 2 = 0; \quad M_A = 800 \text{ Nm}$$

## Trave appoggiata con carico uniformemente distribuito (schematizza un'ala controventata)



Calcolo della risultante del carico distribuito

$$Q = q \cdot L = 150 \cdot 4 = 600 \text{ N}$$

Calcolo delle reazioni vincolari

Calcolo di  $R_{Ay}$

Scriviamo l'equazione di equilibrio alla rotazione della trave rispetto al punto B, somma algebrica dei momenti rispetto al punto B uguale a zero. Il punto rispetto al quale calcolare i momenti si sceglie in modo che una delle due reazioni incognite abbiano distanza zero da tale punto. In questo modo, la suddetta reazione incognita non compare nella equazione dei momenti. Essa conterrà una sola incognita e quindi sarà risolubile senza ricorrere ad un sistema di equazioni. Il verso positivo dei momenti si sceglie in modo che il momento della reazione vincolare incognita risulti positivo, così facendo si risparmierà il passaggio matematico di cambiamento del segno.

$$\sum M_B = 0 \quad : \quad R_{Ay} \cdot L_1 - Q \cdot d_1 = 0; \quad R_{Ay} \cdot 1,5 - 600 \cdot 0,5 = 0;$$

$$R_{Ay} \cdot 1,5 = 600 \cdot 0,5; \quad R_{Ay} \cdot 1,5 = 300; \quad \boxed{R_{Ay} = \frac{300}{1,5} = 200 \text{ N}}$$

Calcolo di  $R_{By}$

$$\sum M_A = 0 \quad : \quad R_{By} \cdot L_1 - Q \cdot (L_1 + d_1) = 0; \quad R_{By} \cdot 1,5 - 600 \cdot (1,5 + 0,5) = 0$$

$$R_{By} \cdot 1,5 - 1200 = 0; \quad R_{By} - \frac{1200}{1,5} = 800 \text{ N}$$

Verifica dell'esattezza del calcolo delle reazioni verticali

$$\sum F_y = 0 \quad \uparrow : R_{Ay} - R_{By} + Q = 0 ; \quad 200 - 800 + 600 = 0$$

L'equazione è verificata pertanto il calcolo delle reazioni vincolari è corretto