

TRATTAZIONE DEL CARICO DISTRIBUITO

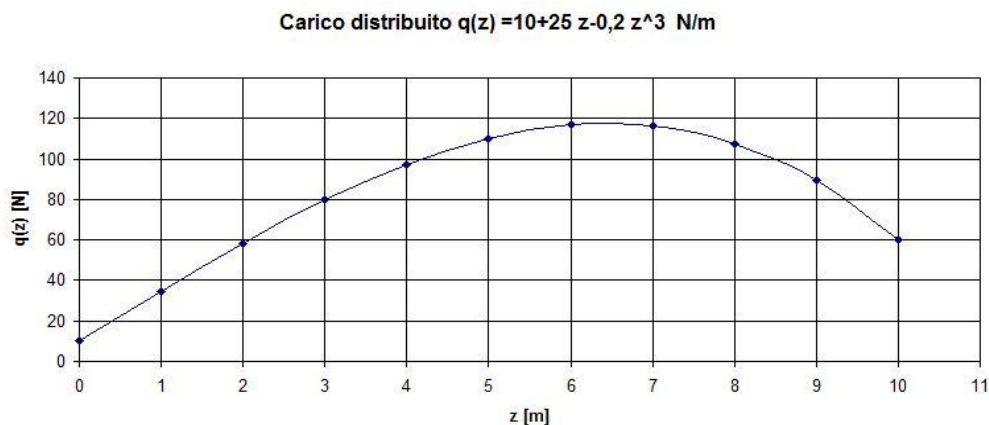
Ci occuperemo del carico distribuito con le seguenti caratteristiche:

Distribuito lungo una linea: Nella realtà, i carichi sono distribuiti su una superficie oppure in un volume. Un esempio di carico distribuito su una superficie è la pressione aerodinamica sulla superficie dell'ala di un aereo; la sua dimensione (sarebbe il tipo di unità di misura) è forza diviso superficie (es. N/m^2 , kg/cm^2 , N/mm^2). Un esempio di carico distribuito in un volume è l'azione della gravità sulla massa di un corpo. La massa di un corpo possiamo considerarla come un insieme di granelli di materiale distribuiti nel suo volume, ognuno di questi ha una massa piccolissima che, sotto l'azione del campo gravitazionale terrestre, è soggetta ad una forza piccolissima. La risultante di suddette forze è chiamata peso del corpo in oggetto ed è applicata nel suo baricentro. La distribuzione di carico di cui ci vogliamo occupare è quella adattata al modello strutturale "trave". La trave è schematizzata con una linea, pertanto qualunque carico reale, sulla superficie o nel volume, viene concentrato lungo le direzioni trasversali e considerato distribuito soltanto lungo la linea, la direzione longitudinale. La dimensione di tale carico è forza/lunghezza (es. N/m , kg/cm , N/mm). Se un carico distribuito uniformemente ha una intensità $q = 10 \text{ N/m}$ vuol dire che sulla lunghezza di 1 metro è distribuito un carico costante lungo il metro la cui risultante è 10 N.

Generico diagramma: Il diagramma più semplice di un carico distribuito lungo una linea è quello che ha forma rettangolare, esso rappresenta un carico costante lungo la linea. Generico diagramma vuol dire che può avere una qualsiasi forma, l'intensità del carico varia lungo la lunghezza con una legge matematica (la funzione) che può essere di qualunque tipo. La scrittura $q(z)$ vuol dire che il carico q varia al variare della coordinata z ; in termini matematici si dice che q è una funzione di z .

Esempio

$$q(z) = 10 + 25 \cdot z - 0,2 \cdot z^3 \quad \frac{\text{N}}{\text{m}}$$



In corrispondenza della coordinata $z = 3$ il valore del carico è $q = 80 \text{ N/m}$ vuol dire che nella posizione $z = 3$, se il carico si estendesse costante per 1 metro la sua risultante sarebbe 80 N. Uno potrebbe dire che dopo $z=3$, il carico non si estende costante per un metro ma cambia. Allora

diciamo che si estende solo per 1mm, la risultante del carico di 80 N sulla lunghezza di 1 mm sarà

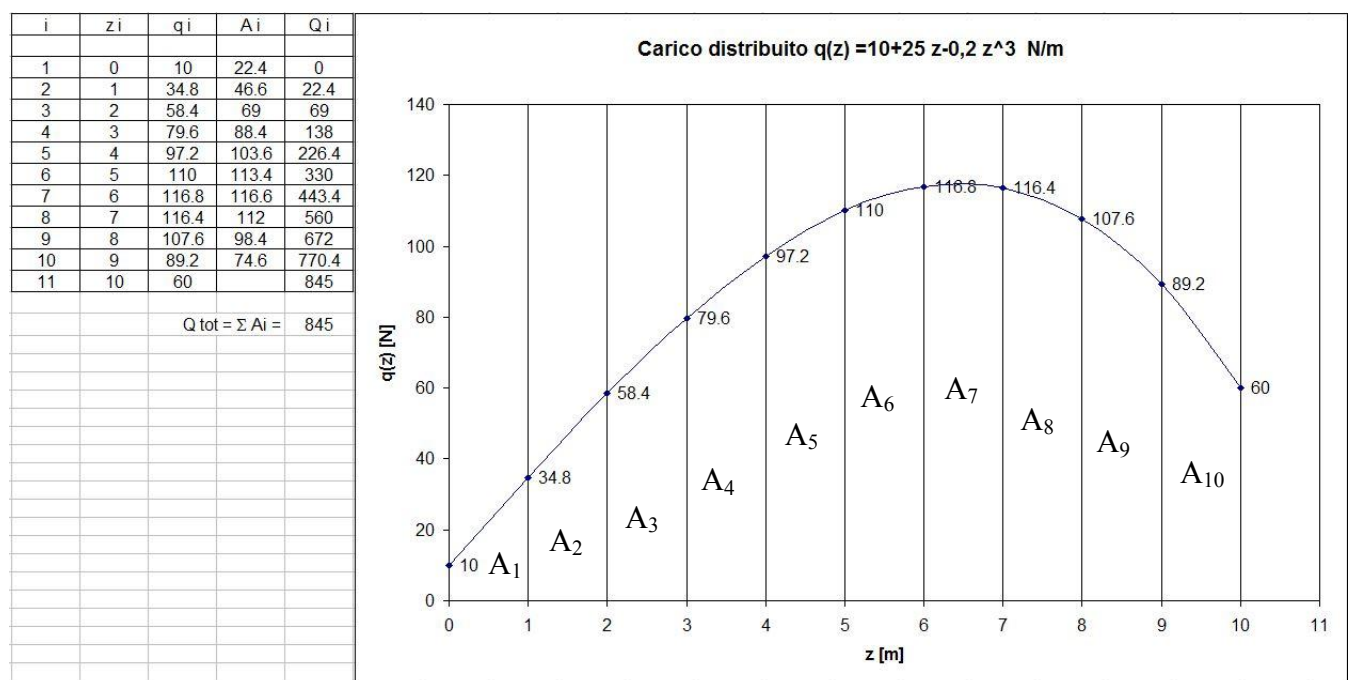
$$80 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 0,001 \text{ m} = 0,08 \text{ N}$$

Anche se l'unità di misura utilizzata è il metro, non è detto che la nostra trave debba essere molti metri, può essere anche solo di pochi millimetri, il modo di calcolare la risultante non cambia.

Nei calcoli strutturali sappiamo essere necessario o comunque utile conoscere la risultante del carico distribuito ed il suo punto di applicazione che è il baricentro del diagramma.

Calcolo della risultante del diagramma di carico.

Esempio numerico:



i è il contatore delle posizioni. posizione 1, posizione2 ,posizione3 ecc.

z_i indica il valore della coordinata z nella posizione i. Esempio: posizione 1 z₁ = 0 ecc...

q_i indica il valore del carico in corrispondenza della coordinata z_i. Esempio: posizione 1 z₁ = 0, q₁ = 10 ecc..

esempio nella posizione i = 4, la coordinata è z₄ = 3 m, il carico è q₄ = 76,6 N/m

Il diagramma di carico viene diviso in tante "fette" verticali (in alcuni contesti si chiamano strisce) su ognuna delle quali il diagramma può essere approssimato con un segmento. Le fette vengono ad essere dei trapezi. Sappiamo che la risultante del carico equivale al calcolo geometrico dell'area del suo diagramma, possiamo quindi calcolare l'area di ciascuna fetta come l'area di un trapezio.

esempio, l'area A_5

$$A_5 = \frac{110 + 97,2}{2} \cdot (5 - 4) = 103,6 \text{ _N}$$

Per dare una formula generale possiamo scrivere:

$$A_i = \frac{q_{(i+1)} + q_i}{2} \cdot (z_{(i+1)} - z_i)$$

Sul foglio excel potremmo scrivere:

	A	B	C	D	E
1					
2					
3					
4		i	z i	q i	A i
5					
6		1	0	10	22.4
7		2	1	34.8	46.6
8		3	2	58.4	69
9		4	3	79.6	88.4
10		5	4	97.2	=(D10+D11)/2*(C11-C10)
11		6	5	110	113.4
12		7	6	116.8	116.6
13		8	7	116.4	112
14		9	8	107.6	98.4
15		10	9	89.2	74.6
16		11	10	60	

Prestare attenzione al fatto che se le posizioni, dette anche stazioni, sono n, il numero di aree calcolabili è n-1; guardare la figura sopra per rendersi conto. La risultante del carico assegnato sarà la somma delle risultanti, o aree, di tutte le "fette":

$$Q = \sum_{i=1}^{10} A_i$$

se calcolo

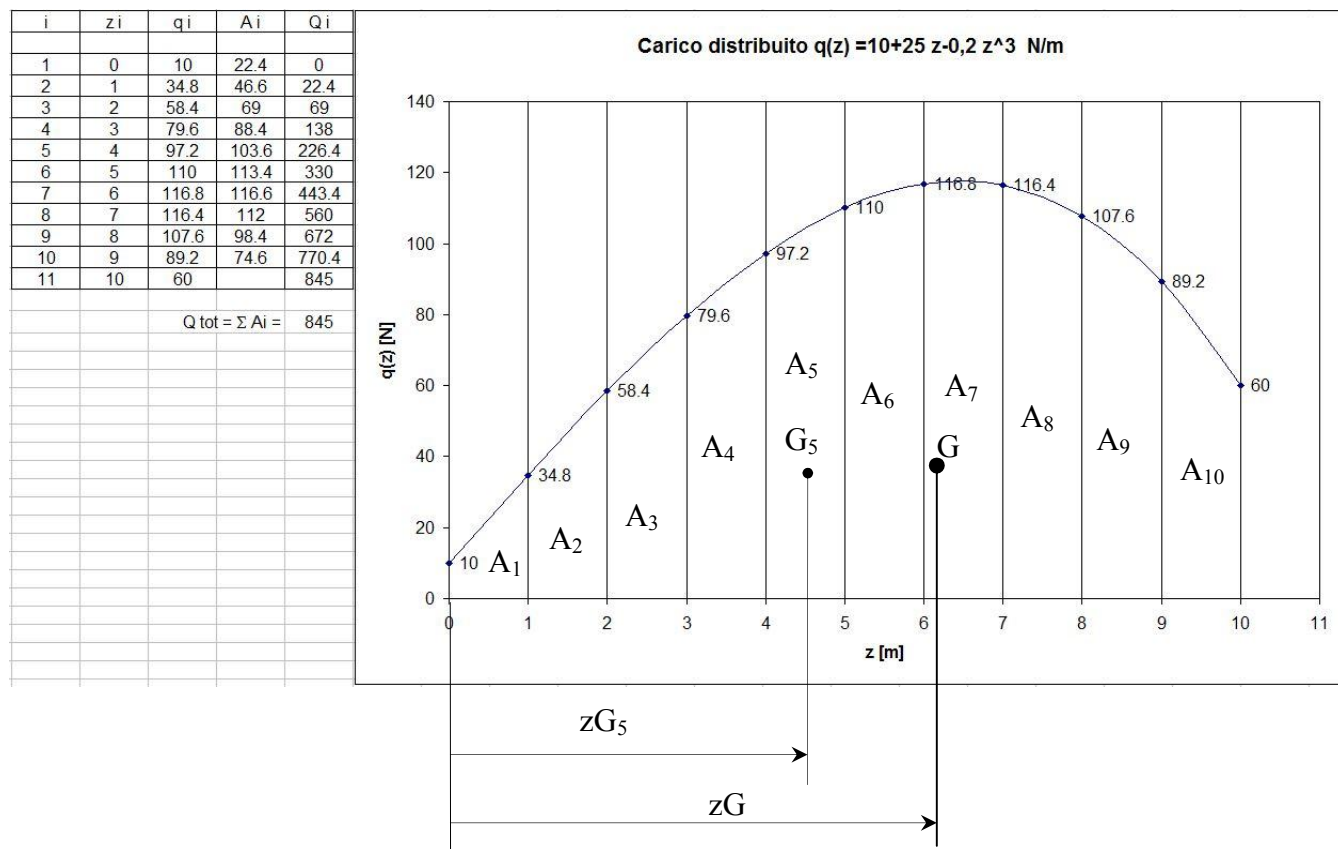
$$Q_5 = A_5 + A_4 + A_3 + A_2 + A_1$$

Questa grandezza rappresenta la risultante della porzione di carico che si estende dalla stazione 1 fino alla stazione 5 cioè dalla $z_1 = 0$ fino alla $z_5 = 4$.

Sul foglio excel:

	A	B	C	D	E	F
3						
4		i	z i	q i	A i	Q i
5						
6		1	0	10	22.4	0
7		2	1	34.8	46.6	22.4
8		3	2	58.4	69	69
9		4	3	79.6	88.4	138
10		5	4	97.2	103.6	=E9+F9
11		6	5	110	113.4	330
12		7	6	116.8	116.6	443.4
13		8	7	116.4	112	560
14		9	8	107.6	98.4	672
15		10	9	89.2	74.6	770.4
16		11	10	60		845

Calcolo della posizione del punto di applicazione della risultante del diagramma di carico



Sappiamo che la risultante del diagramma di carico è applicata nel baricentro geometrico del diagramma stesso che nella figura in alto è indicato con la lettera G.

Stabiliamo una posizione lungo l'asse z da cui misurare la posizione di tutti gli altri elementi. La posizione può essere scelta a piacere, ma è ovvio che quella più comoda per eseguire i calcoli è $z = 0$.

La posizione del baricentro del diagramma di carico è la coordinata zG indicata nella figura di sopra.

Per poterla calcolare, bisogna procurarsi le coordinate zG_i dei baricentri di tutte le strisce. In maniera approssimata stabiliamo che il baricentro di ciascuna striscia sia a metà della sua base. La coordinata zG sarà la media aritmetica. Si potrebbe anche stabilire una relazione esatta ma è solo matematicamente più complessa, il concetto non cambia.

Ad esempio, per la striscia 5 si può calcolare:

$$zG_5 = \frac{z_5 + z_4}{2} = \frac{5 + 4}{2} = 4,5$$

La relazione generale è:

$$zG_i = \frac{z_{(i+1)} + z_i}{2}$$

Sul foglio excel potremmo scrivere:

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3							
4		i	z i	q i	A i	Q i	zGi
5							
6		1	0	10	22.4	0	0.5
7		2	1	34.8	46.6	22.4	1.5
8		3	2	58.4	69	69	2.5
9		4	3	79.6	88.4	138	3.5
10		5	4	97.2	103.6	226.4	=(C11+C10)/2
11		6	5	110	113.4	330	5.5
12		7	6	116.8	116.6	443.4	6.5
13		8	7	116.4	112	560	7.5
14		9	8	107.6	98.4	672	8.5
15		10	9	89.2	74.6	770.4	9.5
16		11	10	60		845	

Calcolate le zGi, la coordinata del baricentro del diagramma si calcola con:

$$zG = \frac{\sum_{i=1}^n (A_i \cdot zG_i)}{A_{tot}}$$

L'area totale A_{tot} è la risultante Q calcolata prima, quindi si può scrivere:

$$zG = \frac{\sum_{i=1}^n (A_i \cdot zG_i)}{Q}$$

Questa coordinata è utilizzata per determinare la distanza della risultante Q da un punto della trave rispetto al quale si vuole calcolarne il momento.

Il particolare, questa trattazione può essere utilizzata nel calcolo delle reazioni vincolari di una trave caricata con un qualsiasi distribuzione di carico.