

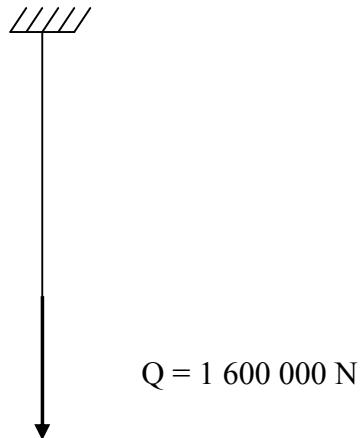
Esercizi di calcolo dello stato di tensione di travi a sforzo normale

Esercizio 1 Progetto o dimensionamento

Una sbarra di acciaio ($\sigma_r = 520 \text{ N} / \text{mm}^2$) di sezione circolare e lunghezza 1,5 m, disposta verticalmente, è soggetta ad un carico di 1 600 000 N, applicato al suo estremo inferiore. Assumendo il coefficiente di sicurezza $a = 3,25$, calcolare il diametro d della sbarra e la sua lunghezza sotto carico.

Materiale:	acciaio
Tensione di rottura:	$\sigma_r = 520 \text{ N} / \text{mm}^2$
Modulo di elasticità normale:	$E = 200\,000 \text{ N} / \text{mm}^2$
Fattore di sicurezza:	$a = 3,25$
Carico:	$Q = 1\,600\,000 \text{ N}$
Lunghezza della trave non caricata:	$L_0 = 1,5 \text{ m}$
Lunghezza della trave sotto carico:	L incognita
Sezione circolare di diametro:	d incognito

Schema



Si tratta di un dimensionamento o progetto, cioè occorre determinare la dimensione della sezione, in questo caso è il diametro della sezione circolare della sbarra.

Osserviamo che la trave è sottoposta ad un'unica sollecitazione, cioè lo sforzo normale di trazione costante in ogni sezione, pertanto riportiamo le equazioni relative allo sforzo normale.

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

$$\sigma = E \cdot \varepsilon; \quad \varepsilon \equiv \frac{L - L_0}{L_0} \quad \text{da cui} \quad \sigma = E \frac{L - L_0}{L_0}$$

Valutazione dello sforzo normale a partire dai carichi esterni: $N = Q$; $N = 1\,600\,000 \text{ N}$

$$\text{Calcolo della tensione ammissibile: } \sigma_{\text{amm}} = \frac{\sigma_r}{a} = \frac{520}{3,25} = 160 - \frac{N}{mm^2}$$

Calcolo dell'area resistente della trave:

Utilizziamo la relazione fra tensione e sollecitazione nella quale la tensione è posta pari al valore ammissibile:

$$\sigma_{amm} = \frac{N}{A}; \quad A = \frac{N}{\sigma_{amm}} = \frac{1600000}{160} = 10000 \text{ mm}^2$$

Calcolo del diametro della sezione circolare della trave:

Utilizziamo la relazione geometrica che lega l'area di una sezione circolare al suo diametro

$$A = \pi \cdot \frac{d^2}{4} \quad d = \sqrt{\frac{4}{\pi} \cdot A} = \sqrt{\frac{4}{3,141} \cdot 10000} = 112,8 \text{ mm} \quad \text{si può assumere } d = 115 \text{ mm}$$

Se si assume un diametro diverso da quello calcolato tramite la tensione ammissibile, nel nostro caso 112,8 mm, è utile calcolare le corrispondenti area resistente e tensione effettiva di lavoro.

$$A = \pi \cdot \frac{d^2}{4} = \frac{3,141}{4} \cdot 115^2 = 10385 \text{ mm}^2$$

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{1600000}{10385} = 154 \frac{N}{mm^2}$$

Calcolo della lunghezza della trave sotto carico:

Utilizziamo la relazione di deformazione nella quale la tensione è quella effettiva

$$\sigma = E \frac{L - L_0}{L_0}; \quad L = \frac{\sigma}{E} \cdot L_0 + L_0 = \frac{124}{200000} \cdot 1500 + 1500 = 0,93 + 1500 = 1500,93 \text{ mm}$$

Altri tipi di progetti potevano essere i seguenti.

assegnati:

- Carico
- Diametro della trave col quale calcolare l'area resistente A
- Fattore di sicurezza

Determinare il materiale con cui progettare la trave. Si tratta di determinare la tensione ammissibile

$\sigma = \frac{N}{A}$ moltiplicandola per il fattore di sicurezza si determina la tensione di rottura del materiale,

dal valore della tensione di rottura si va a cercare il materiale che garantisce tale tensione (se esiste, se non esiste bisogna rivedere i dati di progetto)

Le equazioni sono le medesime ma sono risolte in modo diverso

Esercizio 2 Verifica

Una sbarra di acciaio ($\sigma_r = 520 \text{ N} / \text{mm}^2$) di sezione circolare di diametro 120 mm e lunghezza 1,5 m, disposta verticalmente, è soggetta ad un carico di 1 600 000 N, applicato al suo estremo inferiore. Assumendo il coefficiente di sicurezza $a = 3,25$, verificare la trave.

Con i dati assegnati, la verifica consiste nel verificare che la tensione indotta nella sbarra dal carico (tensione teorica calcolata) sia minore o al massimo uguale alla tensione realmente sopportabile da materiale tenendo conto anche di una resistenza residua di sicurezza (tensione ammissibile)

Valutazione dello sforzo normale a partire dai carichi esterni:

$$N = Q; \quad N = 1\,600\,000 \text{ N}$$

Calcolo dell'area della sezione resistente della trave:

$$A = \pi \cdot \frac{d^2}{4} = \frac{3,141}{4} \cdot 120^2 = 11307,6 \text{ mm}^2$$

Calcolo della tensione teorica indotta dal carico:

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{1600000}{11307} = 141,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Calcolo della tensione ammissibile:

$$\sigma_{amm} = \frac{\sigma_r}{a} = \frac{520}{3,25} = 160 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Poiché risulta $\sigma = \frac{N}{A} < \sigma_{amm}$ la trave è verificata.

Altri tipi verifiche potevano essere le seguenti

Verificare che il carico sopportabile dalla trave sia minore o uguale a quello assegnato