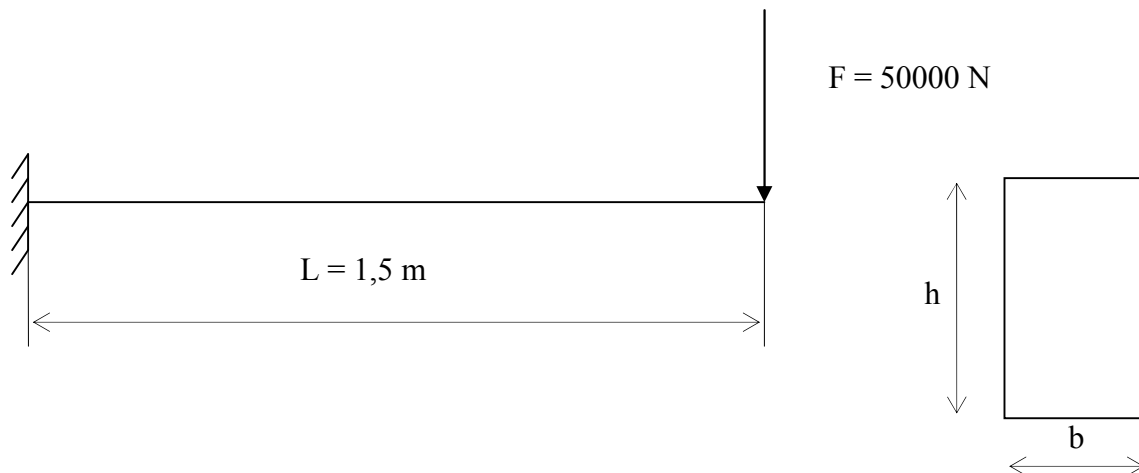


Esercizi di calcolo dello stato di tensione in sezioni massicce di travi a flessione

Esercizio progetto (o dimensionamento)

Dimensionare la trave a mensola schematizzata assumendo $\sigma_r = 600 \text{ N/mm}^2$, un coefficiente di sicurezza $a = 3$ e adottando la sezione rettangolare con $b = 0,7 \cdot h$.

Soluzione: $h = 150 \text{ mm}$; $b = 105 \text{ mm}$



Occorre individuare i tipi di sollecitazioni presenti nella trave in funzione del carico.
Occorre individuare la sezione o le sezioni della trave dove le sollecitazioni sono maggiori.
Il dimensionamento o la verifica andrà effettuato nei punti più sforzati di suddette sezioni.

In questo caso particolarmente semplice, l'unica sollecitazione presente è il momento flettente ed il suo massimo è nella sezione all'incastro della trave.

Calcolo della sollecitazione momento flettente massimo

$$M_{f \max} = F \cdot L = 50000 \cdot 1,5 = 75000 \text{ Nm}$$

Calcolo della tensione ammissibile

$$\sigma_{\text{amm}} = \frac{\sigma_r}{a} = \frac{600}{3} = 200 \text{ } \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Essendo presente solo la sollecitazione di flessione, la relazione che lega la sollecitazione alla tensione è:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{f \max}}{W_{f x}}$$

Nel caso di progetto o dimensionamento, in tale relazione si pone $\sigma_{\max} = \sigma_{\text{amm}}$, il momento flettente $M_{f \max}$ deve essere calcolato con i metodi visti per il calcolo delle sollecitazioni a partire dal carico. Da questa equazione si deve ricavare il parametro geometrico $W_{f x}$. Infine da quest'ultimo si ricavano le dimensioni geometriche della sezione.

$$\sigma_{amm} = \frac{M_{f \max}}{W_{f x}}$$

attenzione a convertire il momento flettente in da N m a N mm moltiplicandolo per 1000

$$W_{f x} = \frac{M_{f \max}}{\sigma_{amm}} = \frac{75000 \cdot 1000}{200} = 375000 \text{ mm}^3$$

Calcolo delle dimensioni della sezione:

Utilizziamo la relazione geometrica che lega il modulo di resistenza ai parametri geometrici della sezione. Nel nostro caso la sezione è rettangolare per cui i parametri geometrici sono base b ed altezza h. (In realtà, bisognerebbe tener conto anche dello sforzo normale indotto dai carichi. per semplicità lo trascuriamo)

$$W_f = \frac{b \cdot h^2}{6}; \quad \frac{b \cdot h^2}{6} = 375000; \text{ tale equazione ha due incognite b e h, pertanto, occorre una}$$

seconda equazione costituita dalla relazione assegnata fra b ed h : $b = 0,7 \cdot h$. Sostituendo nella

$$\frac{b \cdot h^2}{6} = 375000 \text{ si ottiene:}$$

$$\frac{0,7 \cdot h \cdot h^2}{6} = 375000; \quad h^3 = \frac{6}{0,7} \cdot 375000; \quad h = \sqrt[3]{\frac{6}{0,7} \cdot 375000} = 147,6 \text{ mm}$$

$$b = 0,7 \cdot h = 0,7 \cdot 147,6 = 103,3 \text{ mm}$$

assumiamo $h = 150 \text{ mm}$ e $b = 105 \text{ mm}$

Verifica al taglio

Significa calcolare $\tau_{\max} = \frac{3 T_y}{2 A}$ e verificare che sia minore o al limite uguale a τ ammissibile

Calcolo della tensione tangenziale ammissibile: $\tau_{amm} = 0,58 \cdot \sigma_{\max} = 0,58 \cdot 200 = 116 \frac{N}{mm^2}$

Area della sezione: $A = h \cdot b = 150 \cdot 105 = 15750 \text{ mm}^2$

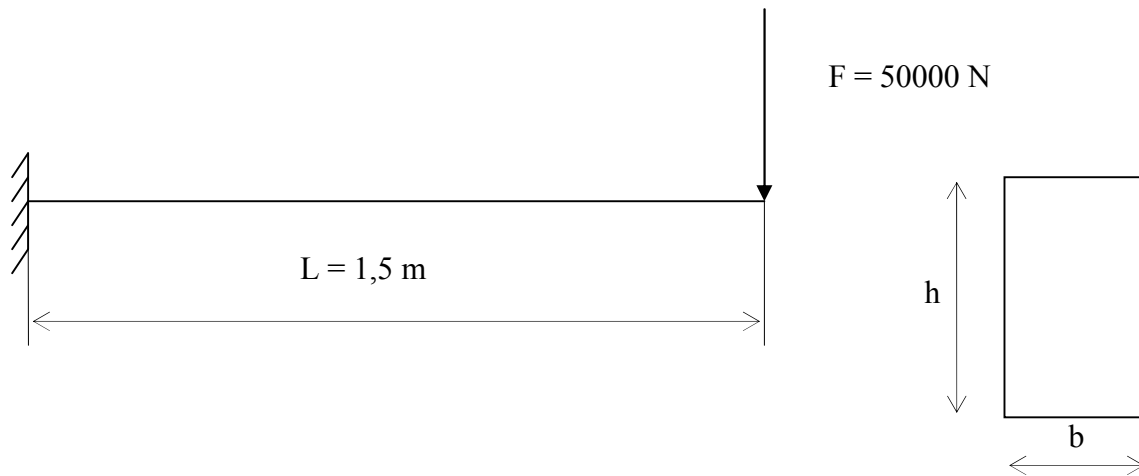
$$T_y = F = 50000 \text{ N}$$

Tensione tangenziale massima: $\tau_{\max} = \frac{3 T_y}{2 A} = 1,5 \cdot \frac{50000}{15750} = 4,76 \frac{N}{mm^2}$

Essendo $\tau_{\max} \leq \tau_{amm}$ la sezione è verificata al taglio

Esercizio verifica (o analisi) a flessione

Dimensionare la trave a mensola schematizzata assumendo $\sigma_r = 600 \text{ N/mm}^2$, un coefficiente di sicurezza $a = 3$ e adottando la sezione rettangolare con $b = 110 \text{ mm}$, $h = 160 \text{ mm}$



La verifica consiste nel verificare che $\sigma_{\max} < \sigma_{amm}$.

Calcolo della tensione ammissibile

$$\sigma_{amm} = \frac{\sigma_r}{a} = \frac{600}{3} = 200 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Occorre individuare i tipi di sollecitazioni presenti nella trave in funzione del carico.
Occorre individuare la sezione o le sezioni della trave dove le sollecitazioni sono maggiori.
Il dimensionamento o la verifica andrà effettuato nei punti più sforzati di suddette sezioni.

In questo caso particolarmente semplice, l'unica sollecitazione presente è il momento flettente ed il suo massimo è nella sezione all'incastro della trave.

Calcolo della sollecitazione momento flettente massimo

$$M_{f \max} = F \cdot L = 50000 \cdot 1,5 = 75000 \text{ Nm}$$

Essendo presente solo la sollecitazione di flessione, la relazione che lega la sollecitazione alla tensione è:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{f \max}}{W_{f x}}$$

Nel caso di verifica o analisi, sono note le dimensioni della sezione pertanto è possibile calcolare il parametro geometrico $W_{f x}$. Il momento flettente $M_{f \max}$ deve essere calcolato con i metodi visti per il calcolo delle sollecitazioni a partire dal carico.

Calcolo del modulo di resistenza a flessione

$$W_{f x} = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{110 \cdot 160^2}{6} = 469333 \text{ mm}^3$$

Calcolo della tensione massima a flessione

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{f \max}}{W_{f x}} = \frac{75000 \cdot 1000}{469333} = 159,8 \frac{N}{\text{mm}^2}$$

Essendo $\sigma_{\max} < \sigma_{amm}$ la trave è verificata a flessione.